Н. Н. Ченцов и геометростатистика

Проделаем мысленный эксперимент: возьмем некого матерого деятеля науки и представим себе, что его карьера начиналась бы в наше время. Выбрал бы он попрежнему профессию ученого или оказался бы в ряду предпринимателей, политиков, депутатов? Нет сомнения, что в отношении Николая Николаевича Ченцова такой эксперимент не принес бы сюрпризов: это был ученый, математик Божьей милостью и оставался бы таким в любых обстоятельствах. Как человек он отличался абсолютной надежностью и порядочностью и это также было инвариантом его личности. Я познакомился с ним в начале 1970-х годов, после публикации его замечательной книги "Решающие правила и статистические выводы". Геометрические аспекты математической статистики обсуждались еще в ранних работах С. Р. Рао, А. Н. Колмогорова, С. Кульбака, А. Реньи. Н. Н. Ченцов пришел к поиску естественной геометрии семейств вероятностных распределений в 60-е годы, отправляясь от проблемы оценивания плотности распределения случайной величины. Итогом явилось создание красивой и своеобразной геометрии вероятностных распределений с категорией марковских отображений в качестве "движений".

Задача математической статистики, точнее, ее раздела, называемого теорией статистических решений, состоит в оптимальном, согласно выбранному критерию, различении вероятностных распределений, принадлежащих априори данному семейству. Критерий различимости задается той или иной мерой близости, т.е. расстоянием между распределениями. Поиск расстояний, органически связанных с вероятностной структурой, приводит к рассмотрению метрической геометрии выпуклого множества всех вероятностных распределений на данном выборочном пространстве, образующем симплекс. Роль геометрических преобразований естественно выполняют марковские (переходные) отображения, описывающие статистические решающие правила и образующие категорию. Геометрические объекты являются инвариантами в этой категории.

В терминах марковской категории естественно описываются фундаментальные объекты теории статистических решений, в частности, получает прозрачное истолкование исключительная роль информационного тензора Р. Фишера, как порождающего единственную монотонно инвариантную метрику, и экспоненциальных семейств, как геодезических относительно некоторой инвариантной аффинной связности. Н. Н. Ченцов нашел изящные и емкие формулировки асимптотических границ рисков в терминах размерности параметра, либо поперечников Колмогорова и внутренних радиусов Никольского априорных бесконечномерных семейств.

Эти исследования были подытожены в его докторской диссертации (1969 г.) и в монографии, изданной на русском (1972 г.) и на английском (1982 г.) языках. В 70-80-е годы поток работ по геометростатистике (термин, введенный А. Н. Колмогоровым) резко возрастает. Появляются монографии С. Амари, О. Э. Барндорфа-Нильсена, ряд обзорных работ. К сожалению, пионерские работы Н. Н. Ченцова не получили сразу ту известность, которую они, несомненно, заслуживали. В ряде случаев зарубежные авторы пришли к аналогичным идеям, и развивали их в своих работах независимо, причем эти исследования выросли в самостоятельные направления, такие как геометро-статистическая теория инвариантных аффинных связностей, названных впоследствие связностями Ченцова-Амари, или несимметричная пифагорова геометрия информационных количеств, статистические применения которой разрабатывались И. Чисаром.

Замечательной особенностью такого подхода является его органичная приспособленность к переходу к более изощренной геометрии статистической модели квантовой механики. В 1970-80-е годы Н. Н. Ченцов, совместно с Е. А. Морозовой, начинает работать в новой области – некоммутативной теории вероятностей, перенося категорно-геометрический подход на квантовую статистику. Квантовая теория статистических решений была создана как инструмент для решения нового класса задач, возникающих при рассмотрении передачи информации по каналам связи, подчиняющимся фундаментальным закономерностям квантовой механики. В этой теории классический симплекс уступает место выпуклому множеству существенно более сложной структуры, состоящему из всех операторов плотности (состояний) в гильбертовом пространстве квантовой системы); впрочем, он содержит в себе все симплексы, состоящие из операторов плотности, диагональных в каком-либо базисе, и порождается ими.

Принципиальное значение имеет выбор категории морфизмов множества квантовых состояний. Произвольные аффинные отображения составляют широкую марковскую категорию, однако более содержательной получается геометрия, отвечающая узкой марковской категории, когда на морфизмы налагается дополнительное условие полной положительности. Линейные вполне положительные отображения, сохраняющие нормировку состояния, называются в квантовой теории динамическими, поскольку они описывают (вообще говоря, необратимую) марковскую динамику открытых квантовых систем. Они играют центральную роль и в квантовой теории информации, где служат для описания каналов связи.

Известно, что освоение парадигмы квантовой теории вообще требует значительных интеллектуальных усилий, а для ума, воспитанного в “классических” традициях, может представлять и непреодолимую трудность. В этом плане почти уникальным представляется тот большой и упорный труд, который был затрачен Николаем Николаевичем на освоение и творческую переработку математических основ квантовой теории, происходившую параллельно активной исследовательской работе. Исследования в области квантовой геометростатистики, не востребованные в должной мере в свое время, теперь представляют все возрастающий интерес в связи с новыми актуальными проблемами квантовой информатики. Как тут не вспомнить Шопенгауера: “Талант попадает в цель, в которую никто попасть не может, гений попадает в цель, которую никто не видит”.

А. С. Холево